

Pochodne w termodynamice chemicznej

Zestaw zadań

1 Gaz doskonały i przemiany termodynamiczne

Przyjmujemy równanie gazu doskonałego:

$$pV = nRT$$

oraz, jeśli nie zaznaczono inaczej:

$$R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

1.1 Przemiana izochoryczna – jak ciśnienie reaguje na zmianę temperatury?

Jeden mol gazu doskonałego znajduje się w zbiorniku o stałej objętości:

$$V = 10,0 \text{ dm}^3.$$

Określ, jak szybko zmienia się ciśnienie gazu przy niewielkim wzroście temperatury. Oblicz wzrost ciśnienia przypadający na wzrost temperatury o 1 K.

1.2 Przemiana izobaryczna – jak objętość reaguje na zmianę temperatury?

Jeden mol gazu znajduje się pod stałym ciśnieniem:

$$p = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Określ, jak szybko zwiększa się objętość gazu wraz ze wzrostem temperatury.

1.3 Przemiana izotermiczna – jak ciśnienie reaguje na wzrost objętości (rozprężania) gazu?

Dla jednego mola gazu w temperaturze 300 K określ, jak zmienia się ciśnienie podczas zwiększania objętości.

1.4 Praca podczas odwracalnego rozprężania izotermicznego

Praca wykonana przez gaz podczas odwracalnego rozprężania izotermicznego od V_1 do V wynosi:

$$W(V) = nRT \ln \frac{V}{V_1}.$$

Określ, jak szybko zwiększa się wykonana praca przy dalszym zwiększaniu objętości.

1.5 Przemiana adiabatyczna – jak ciśnienie zmienia się podczas wzrostu objętości (rozprężania) gazu?

Odwracalną przemianę adiabatyczną opisuje równanie:

$$pV^\gamma = C.$$

Określ, jak szybko zmienia się ciśnienie przy zwiększaniu objętości.

1.6 Przemiana adiabatyczna – jak temperatura zmienia się ze zmianą objętości?

Dla odwracalnej przemiany adiabatycznej:

$$TV^{\gamma-1} = C.$$

Określ, jak temperatura reaguje na niewielkie zwiększenie objętości.

1.7 Przemiana adiabatyczna – jak temperatura zależy od ciśnienia?

Dla przemiany adiabatycznej można zapisać:

$$T = Cp^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Określ, jak temperatura reaguje na niewielką zmianę ciśnienia.

1.8 Praca w przemianie izobarycznej

Gaz rozpręża się przy stałym ciśnieniu. Praca wykonana przez gaz wynosi:

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV = p(V_1 - V_0).$$

Określ, jak zmienia się praca przy niewielkim zwiększeniu objętości.

1.9 Ogrzewanie izochoryczne.

Dla ogrzewania gazu doskonałego przy stałej objętości:

$$Q_V = nC_V(T - T_1).$$

Określ, jak szybko zwiększa się ilość dostarczonego ciepła wraz ze wzrostem temperatury.

1.10 Ogrzewanie izobaryczne.

Przy stałym ciśnieniu:

$$Q_p = nC_p(T - T_1).$$

Określ czułość ilości dostarczonego ciepła na zmianę temperatury.

1.11 Entropia podczas izotermicznego rozprężania gazu

Dla odwracalnego izotermicznego rozprężania gazu doskonałego:

$$S(V) = S_1 + nR \ln \frac{V}{V_1}.$$

Określ, jak szybko rośnie entropia przy zwiększaniu objętości.

1.12 Entropia podczas izochorycznego ogrzewania gazu

Przy stałej objętości:

$$S(T) = S_1 + nC_V \ln \frac{T}{T_1}.$$

Określ, jak silnie entropia reaguje na wzrost temperatury.

2 Rozkład prędkości Maxwella

2.1 Jaka prędkość cząsteczek jest najbardziej prawdopodobna?

Rozkład prędkości Maxwella ma postać:

$$f(v) = C v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

gdzie C jest stałą niezależną od v .

Znajdź prędkość, dla której rozkład osiąga maksimum.

2.2 Jak temperatura wpływa na najbardziej prawdopodobną prędkość?

Dla gazu:

$$v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Określ, jak szybko najbardziej prawdopodobna prędkość rośnie z temperaturą. Dla azotu przyjmij:

$$T = 300 \text{ K}, \quad M = 0,028 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

2.3 Dlaczego cięższe cząsteczki poruszają się wolniej?

Dla danej temperatury:

$$v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Określ, jak prędkość najbardziej prawdopodobna reaguje na zwiększenie masy molowej gazu.

3 Gaz rzeczywisty

Dla jednego mola gazu van der Waalsa przyjmujemy:

$$p = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}.$$

3.1 Jak ciśnienie gazu van der Waalsa reaguje na zmianę objętości?

Określ, jak szybko zmienia się ciśnienie przy niewielkiej zmianie objętości molowej, gdy temperatura pozostaje stała.

3.2 Punkt krytyczny gazu van der Waalsa

W punkcie krytycznym izoterma ma punkt przegięcia. Oznacza to:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V_m} \right)_T = 0$$

oraz:

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial V_m^2} \right)_T = 0.$$

Wyznacz V_c , T_c i p_c .

3.3 Jak objętość gazu rzeczywistego reaguje na ogrzewanie przy stałym ciśnieniu?

Dla gazu van der Waalsa:

$$p = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}.$$

Ciśnienie pozostaje stałe. Określ zależność opisującą zmianę objętości molowej z temperaturą.

3.4 Dlaczego energia wewnętrzna gazu rzeczywistego zależy od objętości?

W termodynamice obowiązuje zależność:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V_m} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{V_m} - p.$$

Dla gazu van der Waalsa określ, jak energia wewnętrzna zmienia się z objętością przy stałej temperaturze.

3.5 Jak gaz rzeczywisty odchyła się od zachowania idealnego?

Współczynnik ściśliwości definiujemy jako:

$$Z = \frac{pV_m}{RT}.$$

Dla równania van der Waalsa:

$$p = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}.$$

Wyznacz zależność $Z(V_m)$, a następnie określ, jak Z zmienia się z objętością.