

ANALIZA SITOWA

Charakterystyka materiałów rozdrobnionych

Większość surowców, produktów pośrednich i produktów końcowych ma postać ładunków ziarnistych, np. rudy, węgiel, sole, nawozy sztuczne, cement, cukier, mąka itd.

Rozkład wielkości cząstek materiału sypkiego decyduje o wielkości powierzchni rozwijanej przez dany ładunek i ma istotny wpływ na dalsze procesy wymiany masy oraz ciepła, w których on uczestniczy (np. podczas suszenia, reakcji chemicznej, adsorpcji).

Stosunek objętości ładunku do jego powierzchni wywiera wpływ na wielkość oporów przepływu płynów przez warstwy usypane, a tym samym decyduje o doborze urządzeń do ich przetwarzania. Od rozkładu wielkości cząstek zależy również często jakość danego produktu (np. betonu, spieków metali itp.).

Z tych względów bliższe zapoznanie się z metodami określania rozkładu wielkości ziarn i ich powierzchni w danym zbiorze (ładunku) jest konieczne.

Wielkość (średnica) cząstek - definicje

Kształt cząstek w zbiorze odbiega zazwyczaj znacznie od kształtu kuli i dlatego nie jest obojętne, który z rozmiarów ziarna (cząstki) potraktujemy jako jego wielkość. W literaturze jest znanych wiele sposobów określania wielkości cząstek. Omówimy najważniejsze:

1. Średnica zastępcza cząstki d_p odpowiada wielkości oczka sita, przez które jeszcze akurat dana cząstka przeszła

$$d_p = L \quad (1)$$

2. Średnica zastępcza cząstki odpowiada średnicy kuli o tej samej objętości co dana cząstka

$$d_p = \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}} \quad (2)$$

3. Średnica zastępcza cząstki jest równa średnicy kuli o tej samej powierzchni co dana cząstka:

$$d_p = \sqrt{\frac{A_p}{\pi}} \quad (3)$$

Średnice zastępcze dla cząstki niekulistej, obliczone według 3 wzorów, wykazują różne wartości liczbowe. Na przykład dla sześcianu o krawędzi L mamy:

- Z równania 1:

$$d_p = L$$

- Z równania 2:

$$d_p = \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}} = 1,241 \cdot L$$

- Z równania 3:

$$d_p = \sqrt{\frac{A_p}{\pi}} = 1,382 \cdot L$$

Stosunek średnic zastępczych cząstki, tak wyznaczonych wynosi $1 : 1,241 : 1,382$.

Wybór sposobu określania wielkości zależy od tego w jakich dalszych procesach dana cząstka będzie występowała. W procesach klasyfikacji przez przesiewanie stosuje się wzór (1), w procesach sedymentacji - wzór (2), a w procesach wymiany ciepła lub masy przede wszystkim wzór (3).

Wielkości charakteryzujące zbiór cząstek

Zwykle rozróżnia się 2 wielkości charakterystyczne w danym zbiorze ziarn (cząstek):

- d_{pH} - najczęściej występująca średnica cząstki w danym zbiorze,
- $\bar{d}_p$ przeciętna (średnia) średnica cząstek danego zbioru

Ta ostatnia wielkość ma w literaturze bardzo różne definicje. Tutaj będą przedstawione dwie najważniejsze:

- Średnia wielkość cząstki odpowiada wielkości oczka sita, przez które przejdzie połowa ładunku.

Bardziej szczegółowo będzie ta wielkość omówiona w dalszych rozważaniach

$$\bar{d}_{p_m} = d_p \tag{4}$$

dla $(m/m_0) = 0,5$

- Metoda Sautera, gdzie zastępuje się dany zbiór cząstek o objętości V_s i powierzchni A_s przez zbiór n_p kul o jednakowej wielkości, których objętość i powierzchnia są takie same jak rozpatrywanego zbioru. Istnieje wtedy zależność

$$V_s = n_p \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \bar{d}_{ps}^3$$

$$A_s = n_p \cdot \pi \cdot \bar{d}_{ps}^2$$

a stąd otrzymuje się ostatecznie średnią średnicę cząstki danego zbioru według Sautera:

$$\bar{d}_{ps} = \frac{6V_s}{A_s} \quad (5)$$

Metody wyznaczania wielkości cząstek

Obszar wielkości cząstek, interesujący inżynierię procesową, ujmuje średnice od 10^{-7} m dla najdrobniejszych pyłów do 0,1 m dla różnych innych produktów. W zależności od zakresu wielkości cząstki, stosuje się różne metody pomiarów. Cząstki poniżej 0,01 mm mierzy się i liczy w mikroskopie optycznym, poniżej 0,001 mm - w mikroskopie elektronowym. Dla zakresu cząstek od 0,001 do 0,01 mm stosowana jest również analiza sedymentacyjna z wykorzystaniem sił ciężkości lub sił odśrodkowych (wirowanie) - w celu przyspieszenia pomiaru.

Metody sedymentacji wykorzystują zjawisko opadania drobnych cząstek w płynie. Jeżeli stężenie (koncentracja) tych cząstek jest nieduża, to prędkość, z jaką one opadają jest proporcjonalna do ich rozmiarów. Jedną z metod polega na wytrząsaniu próbki danego materiału z wodą, a następnie po odstaniu się zawiesiny w ciągu określonego czasu, pobiera się za pomocą pipety porcje zawiesiny z różnych poziomów. Porce te poddaje się potem odparowaniu do sucha, a pozostałość waży. O tę zasadę jest oparty pomiar pipetą Andreasena. Kolejnym przyrządem, powszechnie stosowanym, jest waga sedymentacyjna. Zasada działania tego przyrządu polega na tym, że w zawieszynie zawierającej cząstki stałe jest umieszczona szalka wagi i w pewnych odstępach czasu waży się cząstki osiadające na szalce.

Inną metodą opartą na prędkości opadania jest zjawisko elutriacji. Jeżeli materiał zostanie wprowadzony w strumień płynu płynący w górę ze stałą prędkością, to cząstki, dla których prędkość opadania jest mniejsza niż prędkość strumienia, będą unoszone do góry i wynoszone z naczynia. Zbierając wiele frakcji uzyskanych podczas różnych prędkości strumienia, a następnie ważąc je, otrzymuje się pełną analizę materiału rozdrobnionego według wymiaru cząstek. Dla dużych koncentracji cząstek w zawieszinach stosuje się także pomiar wykorzystujący załamanie promieni świetlnych albo zmianę oporu przewodzenia lub emisję światła rozgrzanych cząstek. Dla cząstek ponad 0,025 mm dość powszechnie jest używana analiza sitowa.

W tabeli zebrano główne metody i zakres wielkości cząstek, które obejmują różne techniki pomiarowe:

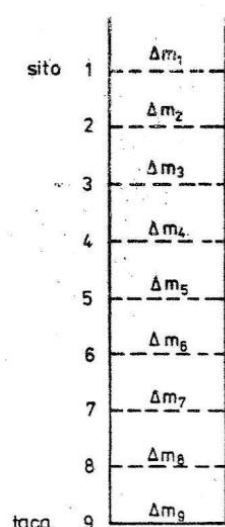
Metoda	Zakres stosowalności wielkości cząstek [μm]
Analizy sitowej	40-10 ⁵
Sedymentacji gazowej	2-200
Przewodności elektrycznej	2-200
Sedymentacji w cieczy	1-500
Mikroskopu optycznego	0,5-300
Rozpraszania światła	0,1-30
Rozpraszania promieni X	0,01-0,10
Wirowania	0,001-50
Mikroskopu elektronowego	0,001-10

Analiza sitowa

Pobieranie próbek

Aby próbka pobierana z danego zbioru zachowała reprezentatywność, musi ona zawierać odpowiednią liczbę cząstek. Dlatego im większe cząstki, tym większa próbka. Ze względów statystycznych próbka powinna zawierać co najmniej 10⁴ cząstek. Zwykle jednak stosuje się próbki większe. Praktycy stosują np. zasadę: Minimalna masa próbki wyrażona w kilogramach powinna się równać liczbowo wielkości największej cząstki w zbiorze w milimetrach. Zwykle jednak istnieją ścisłe normy państwowe lub branżowe, określające jednoznacznie sposób pobierania próbek i ich wielkości.

Przebieg analizy sitowej oraz opracowanie wyników



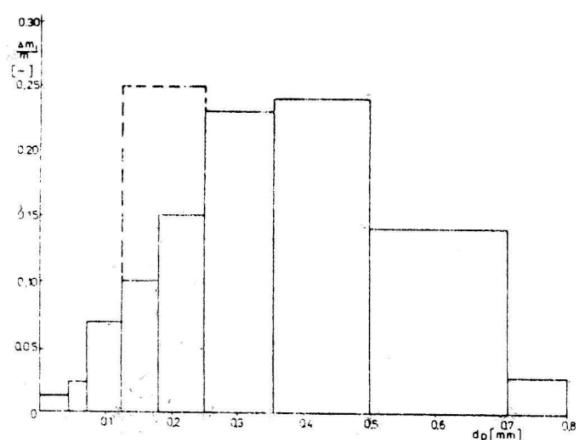
Pobraną zgodnie z normami próbkę poddaje się przesiewaniu przez odpowiednio dobrany zestaw sit o zmniejszających się (licząc od góry) oczkach (rys. 136). Cząstki na sitach są poddawane wibracji w stosunku do siebie i do przegrody sitowej. Drobniejsze cząstki przechodzą wtedy przez oczka sita. Masa próbki, która przejdzie przez oczka, nazywa się przesiewem. Pozostałość na sicie – odsiewem. Wielkość oczek sit i maksymalne odchyłki od wartości nominalnych są podawane w normach, np. polskich PN/A-401, niemieckich DIN-4188 i DIN-4195, francuskich AFNOR X11-501, angielskich BS 410 i amerykańskich Tylera i ASTM. Przebieg krzywej rozkładu wielkości cząstek (krzywa ziarnowa) jest tym dokładniejszy, im mniejsza jest różnica wielkości oczek w następujących po sobie sitach. Aby uniknąć ścierania się

cząstek lub ich aglomeracji dobiera się zwykle doświadczalnie możliwie krótki czas przesiewania, tzn. taki dla którego akurat nie ma już zmian w wielkości odsiewu na sicie. W tabeli podano opracowanie jednej analizy sitowej.

Tabela 1 Przykładowe wartości analizy sitowej

Nr sita	Wielkość oczka dp	Odsiewy Δm_i	Względne odsiewy $\Delta m_i/m$	Względna gęstość rozkładu y_{Hi}	Względna suma odsiewu m_0/m	Względna gęstość rozkładu ziarn y_H
1	2	3	4	5	6	7
1	0,71	0,0139	0,0278	-	0,0278	0,282
2	0,5	0,0711	0,1422	0,677	0,170	1,21
3	0,355	0,1201	0,2402	1,657	0,4102	2,067
4	0,25	0,1167	0,2334	2,222	0,6436	2,277
5	0,18	0,0763	0,1526	2,180	0,7962	2,027
6	0,125	0,05	0,1000	1,818	0,8962	1,578
7	0,071	0,0346	0,0692	1,282	0,9654	0,961
8	0,045	0,0103	0,0206	0,792	0,9860	0,620
9	0,0	0,007	0,0140	0,311	1,0	0,0
Suma: 0,5		Suma: 1,0				

Masę próbki równą: 0,5 kg Poddano analizie na zestawie składającym się z 8 sit. Wielkość oczek poszczególnych sit podano w tabeli. Po zakończeniu przesiewania na poszczególnych sitach zanotowano odsiewy $\Delta m_1, \Delta m_2, \Delta m_3, \dots \Delta m_8$, a na ostatniej tacy Δm_9 . Przez podzielenie poszczególnych mas odsiewu przez masę próbki m Otrzymuje się wartości niezależne od wielkości próbki, tzw. względne odsiewy pokazane w rubryce 4 tabeli. Wartości te można również przedstawić w postaci histogramu (rys 1), który nie oddaje jednak właściwie gęstości rozkładu wielkości ziarn (ponieważ zależy od szerokości klas). Różnicę oczek dwóch sąsiednich sit nazywa się szerokością jednej klasy cząstek Δd_p . Im większa będzie szerokość klasy, tym większy będzie odsiew. Na przykład przez usunięcie sita nr 5 otrzymamy na rys. 1 w histogramie linię kreskowaną dla klasy cząstek od 0,125 do 0,25. Zmienia to całkowicie kształt histogramu.



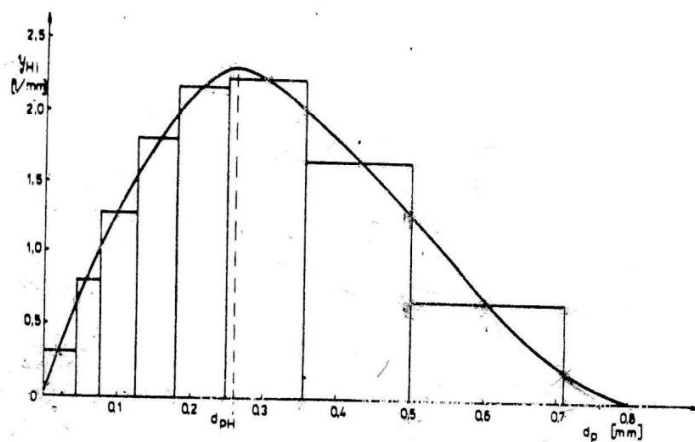
Rysunek 1 Względny odsiew poszczególnych klas ziarnowych

Aby otrzymać niezależną od szerokości klasy gęstość rozkładu cząstek poszczególnych klas ziarnowych, należy względny odsiew podzielić dodatkowo przez szerokość danej klasy cząstek. Względna gęstość rozkładu danej klasy "i" wynosi więc

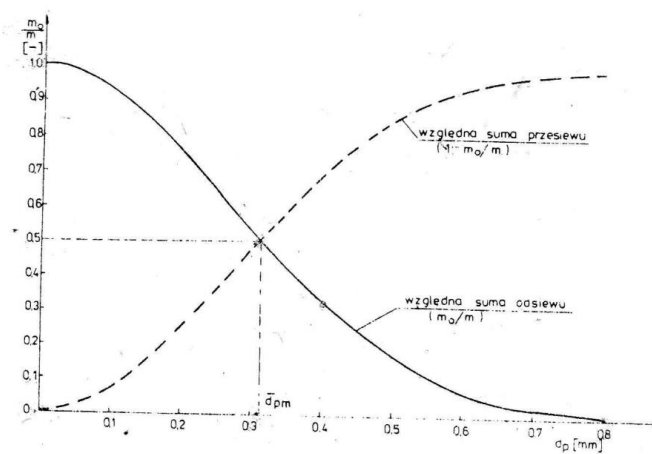
$$y_{Hi} = \frac{\Delta m_i}{m \cdot d_{pi}} \quad (6)$$

Wartości te podano w rubryce 5 wspomnianej tabeli. Dla sita nr 1 nie ma szerokości klasy, wobec tego nie można też określić y_{Hi} . Na rysunku 2 przedstawiono rozkład względnej gęstości poszczególnych klas cząstek w postaci jeszcze histogramu. Aby otrzymać wykres ciągły względnej gęstości dla całego spektrum cząstek, należałoby zastosować nieskończenie dużo sit o nieskończenie małej szerokości klas $d(d_p)$ i wtedy odsiew na nich wynosiłby dm (z histogramu 2 przez wypośredkowanie można otrzymać taki wykres). Równanie 6 w tym przypadku przechodzi do postaci różniczkowej.

$$y_H = \frac{dm}{m \cdot d(d_p)} \quad (7)$$



Rysunek 2 Względne gęstości poszczególnych klas ziarnowych z wykreślonym przebiegiem krzywej gęstości rozkładu wielkości cząstek



Rysunek 3 Krzywa ziarnowa

Ponieważ nie można praktycznie przeprowadzić analizy sitowej dla nieskończenie dużej liczby sit, szuka się innej drogi wyznaczenia krzywej $y_H = f(d_p)$ dla kilku sit. Wprowadza się pojęcie względnej sumy odsiewu dla poszczególnego sita. Jest to rzeczywisty względny odsiew na danym sicie dla przypadku, gdyby wszystkie sita powyżej były usunięte. W rozpatrywanym przykładzie suma ta dla $d_p = 0,250$ mm wynosi $(\Delta m_1/m) + (\Delta m_2/m) + (\Delta m_3/m) + (\Delta m_4/m) = 0,0278 + 0,1422 + 0,2402 + 0,2334 = 0,6436$ (patrz rubryka 6 w tab. wyników omawianej przykładowo analizie sitowej).

Ogólna zależność dla określenia względnej sumy odsiewu dowolnego sita n ma postać:

$$\frac{m_0}{m} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta m_i}{m} \quad (8)$$

Zależność względnej sumy odsiewu od wielkości cząstek przedstawiono na rys. 3. Chcąc przejść znowu do nieskończenie dużej liczby sit, należy zsumować nieskończoną ilość nieskończenie małych względnych odsiewów. Wtedy równanie (8) przechodzi w równanie (9).

$$\frac{m_0}{m} = \int_{d_{p \max}}^{d_p} \frac{dm}{m} = - \int_{d_p}^{d_{p \max}} \frac{dm}{m} \quad (9)$$

Po wstawieniu równania (7) do równania (9) otrzymuje się

$$\frac{m_0}{m} = \int_{d_{p \max}}^{d_p} \frac{dm}{m} = - \int_{d_p}^{d_{p \max}} y_H d(d_p) \quad (10)$$

Zrózniczkowanie obydwu stron tego równania i przekształcenie algebraiczne daje zależność do obliczenia względnej gęstości rozkładu wielkości cząstek w zbiorze

$$y_H = -\frac{d\left(\frac{m_0}{m}\right)}{d(d_p)} \quad (11)$$

Względna gęstość rozkładu jest więc ujemnym pochyleniem krzywej względnej sumy odsiewu. Można ją określić graficznie z rys. 3. Gdy numerycznie określamy y_H za pomocą komputera, wtedy przebieg krzywej (m_0/m) można najlepiej przybliżyć wielomianem. Wartości y_H zależności od d_p zestawiono w rubryce 7 omawianej tabeli oraz na wykresie 2. Jak widać, najczęściej występującym ziarnem jest $d_{pH} \approx 0,26$ mm. Na podstawie Rys 3 można zaś określić przeciętną (średnią) średnicę cząstek w zbiorze $\bar{d}_p \approx 0,313$ mm. Zbiory, które składają się z cząstek o zbliżonej wielkości, odznaczają się wąską krzywą względnej gęstości rozkładu, a zbiory o bardzo zróżnicowanej wielkości cząstek mają krzywą względnej gęstości rozkładu bardzo szeroką.

Siatki ziarnowe do graficznego przedstawiania rozkładu wielkości cząstek w zbiorze

Nie jest możliwe ujęcie wszystkich rodzajów zbiorów cząstek za pomocą jednej siatki ziarnowej. Wynika to z różnorodnego pochodzenia materiałów rozdrobnionych. Są to np, produkty rozdrabniania w różnego rodzaju młynach (kołowych, chilijskich), produkty procesu krystalizacji lub aublimacji, produkty rozpylania z jednoczesnym zestalaniem itp.

Dotychczas udało się dość dokładnie opisać występujące krzywe ziarnowe 4 ważniejszymi równaniami rozkładów wielkości ziarn i dobrać dla nich odpowiednio zbudowane siatki.

Wszystkie te równania zawierają 2 zasadnicze parametry zbioru

- pewien parametr charakteryzujący wielkość cząstki,
- parametr jednolitości wielkości cząstek w zbiorze.

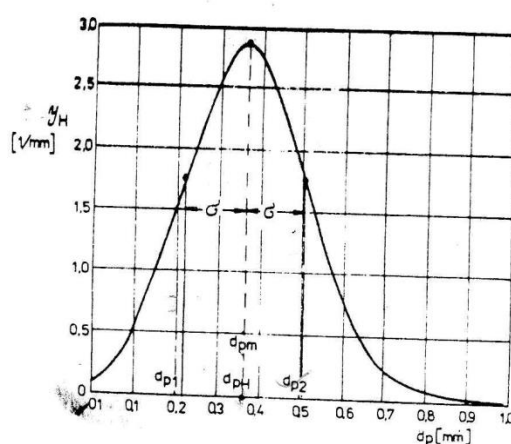
Do praktycznego określenia tych parametrów służą specjalnie opracowane wykresy w tzw. siatkach ziarnowych, gdzie nanosi się sumę względnego odsiewu jako funkcję odpowiednich wielkości ziarn. Podziałki tych siatek są tak dobrane, że krzywe względnej sumy odsiewu mają przebieg prostoliniowy, co umożliwia łatwe określenie wymienionych poprzednio 2 zasadniczych parametrów zbioru.

Rozkład wielkości cząstek normalnych wg Gaussa (tzw. rozkład N)

Materiały sypkie, powstałe w naturalny sposób, np. przez krystalizację, sublimację itp., wykazują symetryczne krzywe gęstości rozkładu wielkości ziarn. Można je w bardzo wielu przypadkach opisać równaniem normalnego rozkładu Gaussa

$$y_H = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(d_p - \bar{d}_{pm})^2}{2\sigma^2} \right] \quad (12)$$

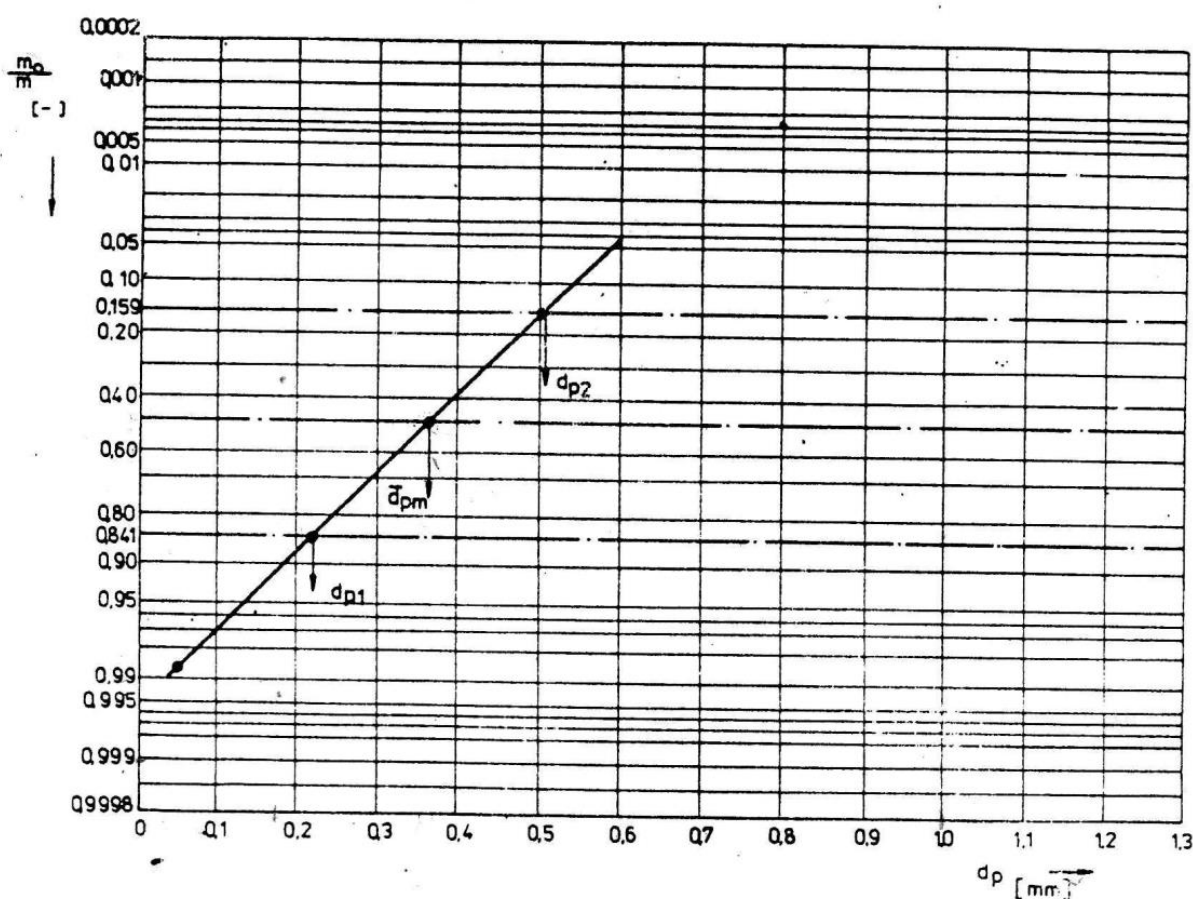
gdzie σ jest odchyleniem standardowym, charakteryzującym równomierność rozkładu, a $\bar{d}_{pm}$ średnią wielkością cząstki dla względnej sumy odsiewu (m/m_0) = 0,5. Wykres względnej gęstości rozkładu według wzoru (12) dla pewnego zbioru podporządkowanego rozkładowi Gaussa, przedstawiono na rys. 4. Przebieg krzywej w stosunku do średniej wielkości cząstki $\bar{d}_{pm}$ jest w pełni symetryczny (krzywa dzwonowa Gaussa). Wielkość ziarna najczęściej występującego w zbiorze d_{pH} jest taka sama jak wartość średnia $\bar{d}_{pm}$. Punkty przegięcia krzywej y_H oznaczono na rysunku dla odciętych d_{p1} i d_{p2} a odchylenie standardowe σ stanowi odstęp punktów przegięcia krzywej od wielkości średniej.



Rysunek 4 Krzywa względnej gęstości rozkładu wielkości cząstek według rozkładu normalnego Gaussa (rozkład N)

$$\sigma = \frac{d_{p2} - d_{p1}}{2} \quad (13)$$

Między gęstością względną y_H a względną sumą odsiewu (m_0/m) istnieje zależność według równania (11). W punktach przegięcia krzywej y_H druga pochodna y_H względem d_p jest równa zero. Warunek ten umożliwia obliczenie względnych sum odsiewu dla obydwu punktów przegięcia, które wynoszą dla d_{p1} (m_0/m) = 0,8413, a dla d_{p2} (m_0/m) = 0,1587.



Rysunek 5 Siatka ziarnowa rozkładu N

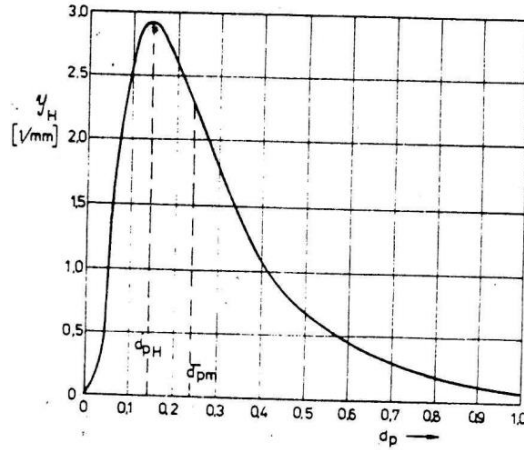
Przez podstawienie równania (12) do równania (11) i po scałkowaniu od nieskończoności do d_p , otrzymuje się zależność względnej sumy odsiewu (m_0/m) od wielkości ziarna d_p . Przez dobranie odpowiedniej podziałki na osi m_0/m , można krzywą względnej sumy odsiewu z rys. 3 przedstawić w postaci linii prostej. Jest to tzw. siatka prawdopodobieństwa w matematyce, albo w analizie sitowej siatka ziarnowa rozkładu N (rys. 5).

Przez naniesienie sumy względnego odsiewu na podstawie wyników analizy sitowej dla różnych d_p na tak zbudowaną siatkę, można zorientować się czy krzywa gęstości rozkładu danego zbioru cząstek odpowiada rozkładowi N czy też nie (powinba być linią prostą). W celu lepszego wykorzystania w praktyce, siatki tego rodzaju mają na obrzeżu podziałkę do odczytania również wielkości odchylenia standardowego.

Rozkład wielkości cząstek logarytmiczno-normalny (tzw. rozkład LN)

Wiele zbiorów cząstek nie ma symetrycznego rozkładu wielkości ziarn. W wielu przypadkach maksimum względnej gęstości przesunęło się w stronę ziarn najdrobniejszych. Takie zbiory mogą być niekiedy

przedstawione w rozkładzie LN. Od opisanego już rozkładu N rozkład LN różni się tym, że w miejsce wielkości ziarn d_p występuje $(\log d_p)$ jako podział normalny



Rysunek 6 Przebieg krzywej $y_H = f(d_p)$ dla rozkładu LN

$$y_{log} = -\frac{dm}{md(\log d_p)} \quad (14)$$

$$y_{log} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi} \cdot \log d_p} \cdot \exp\left[-\frac{(\log d_p - \log \bar{d}_{pm})^2}{2\sigma^2 \log d_p}\right] \quad (15)$$

Jak widać równanie (15) i jest analogicznie zbudowane jak równanie (12). Również d_{pm} jest określone dla $(m_0/m) = 0,5$. Parametr równomierności rozkładu σ_{lg} , jako logarytmiczne odchylenie standardowe, oblicza się następująco

$$\sigma_{\log d_p} = \frac{\log d_{p2} - \log d_{p1}}{2} = \frac{\log \frac{d_{p2}}{d_{p1}}}{2} \quad (16)$$

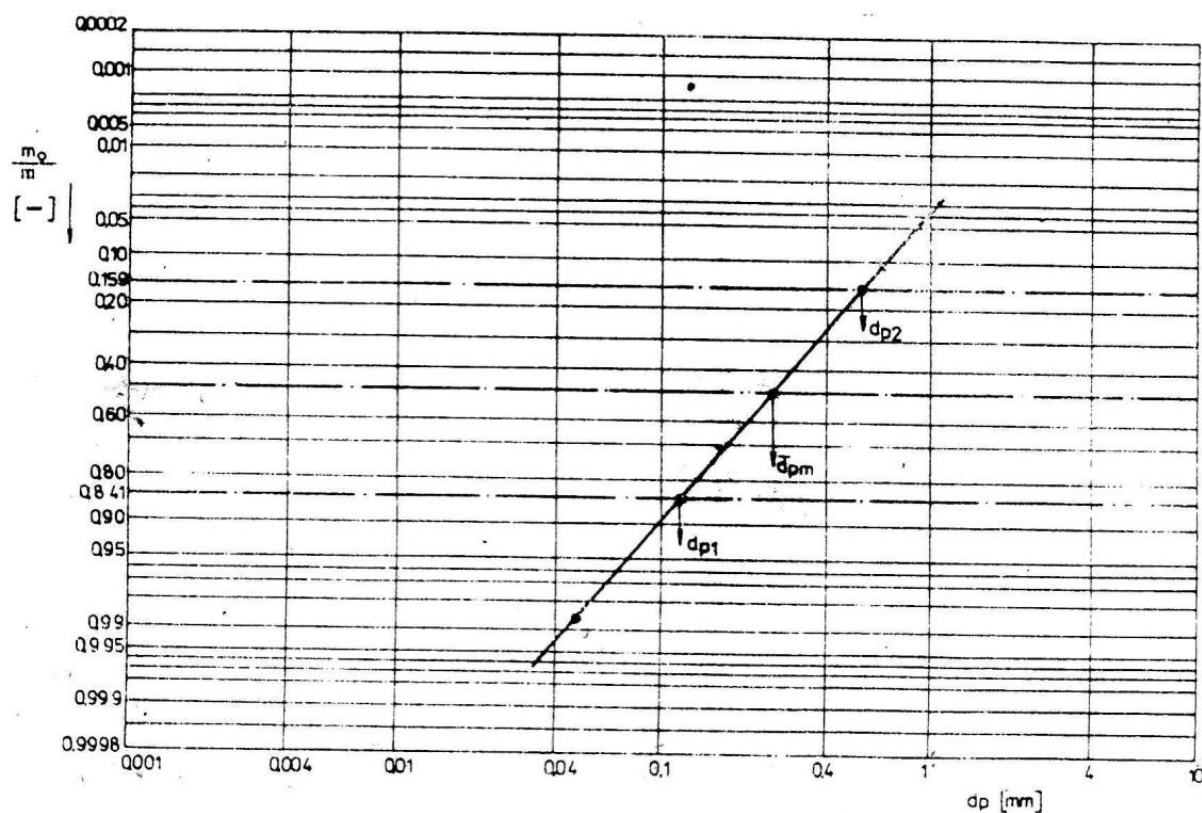
Również i tutaj d_{p1} jest wielkością ziarna dla $(m_0/m) = 0,8413$, a d_{p2} dla $(m_0/m) = 0,1587$. Naniesienie y_{lg} w zależności od $\log d_p$ dałoby analogiczną krzywą dzwonkową jak na rys. 4. Celem rozważań jest jednak nie wartość pomocnicza y_{lg} lecz y_H . Otrzymuje się ją przez porównanie równań (14) i (11)

$$y_H = y_{\log d_p} \frac{d(\log d_p)}{d(d_p)} = \frac{y_{log}}{d_p \ln 10} \quad (17)$$

i następnie przez podstawienie równania (15) do równania (16), tj

$$y_H = \frac{1}{5,772 d_p} \exp \left[- \frac{\left[\log \frac{d_p}{\bar{d}_{pm}} \right]^2}{(2\sigma \log d_p)^2} \right] \quad (18)$$

Na rysunku 6 pokazano przykładowy przebieg krzywej względnej gęstości rozkładu wielkości cząstek według rozkładu LN. Cząstki najczęściej występujące w zbiorze d_{pH} są mniejsze niż cząstki średnie $\bar{d}_{pm}$. Udział ziarn drobnych przeważa nad udziałem ziarn grubszych.



Rysunek 7 Siatka ziarnowa rozkładu LN

Siatkę ziarnową dla rozkładu LN pokazano na rys. 7. W odróżnieniu od siatki N, oś odciętych ma skalę logarytmiczną. Znane są również siatki LN do bezpośredniego określenia logarytmicznego odchylenia standardowego.

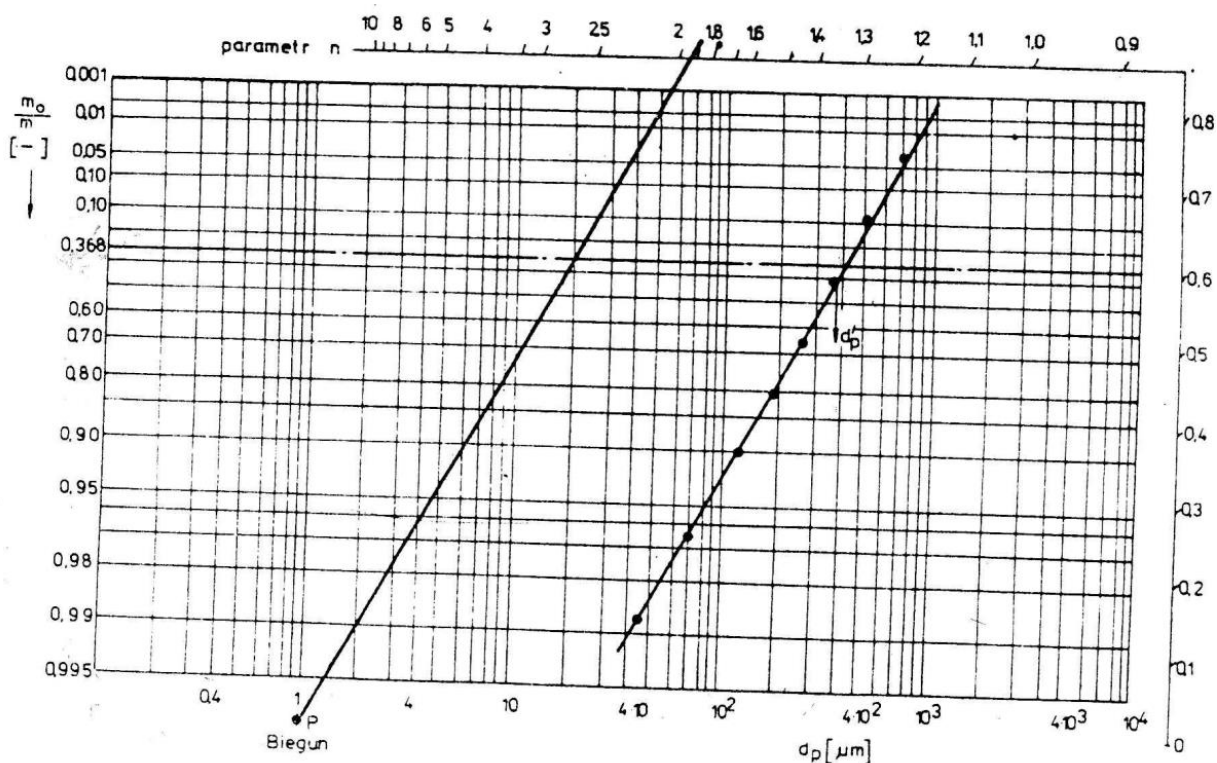
Rozkład wielkości cząstek wg Rosina-Rammiera-SperiingaBenneta (RRSB)

Siatka rozkładu RRSB jest oparta na empirycznym równaniu, które oddaje dość dokładnie spektrum wielkości cząstek wielu produktów drobno zmielonych oraz różnych pyłów. Równanie względnej sumy odsiewu ma postać:

$$\frac{m_0}{m} = \exp \left[- \left(\frac{d_p}{d'_p} \right)^n \right] \quad (19)$$

gdzie d'_p jest parametrem charakterystycznym wielkości ziarn w zbiorze, a liczba n parametrem równomierności rozkładu wielkości ziarn. Logarytmując podwójnie równanie (10) otrzymuje się podziałkę dla siatki ziarnowej rozkładu RRSB

$$\ln \left[\ln \frac{m}{m_0} \right] = n \ln d_p - n \ln d'_p \quad (20)$$



Rysunek 8 Siatka ziarnowa rozkładu RRSB

Jeżeli na osi odciętych umieści się podziałkę logarymiczną, a na osi rzędnej proporcjonalną do $\ln[\ln(m/m_0)]$, to w tak skonstruowanej siatce przebieg krzywej względnej sumy odsiewu ma przebieg prostoliniowy (rys. 8). Można ją jednoznacznie określić 2 punktami, a tym samym można obliczyć wielkości

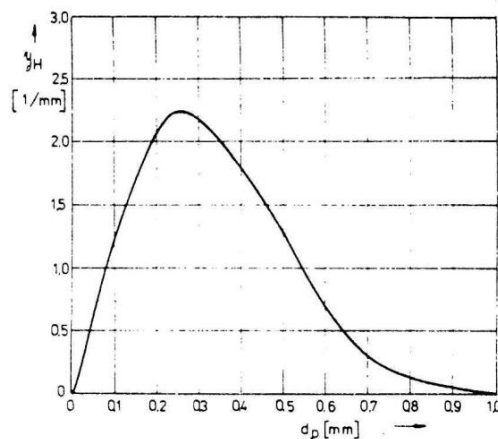
charakterystyczne danego zbioru, parametr n i wielkość ziarna d_p za pomocą 2 wartości $(m_o/m)_1$ i $(m_o/m)_2$ oraz 2 wielkości ziarn d_{p1} i d_{p2} , czyli

$$n = \frac{1}{\ln \frac{d_{p1}}{d_{p2}}} \cdot \left[\ln \left[\ln \left(\frac{m}{m_o} \right)_1 \right] - \ln \left[\ln \left(\frac{m}{m_o} \right)_2 \right] \right] \quad (21)$$

$$d'_p = \frac{d_{p1}}{\sqrt[n]{\ln \left(\frac{m}{m_o} \right)_1}} \quad (22)$$

Można również obydwie te parametry wyznaczyć bezpośrednio z siatki ziarnowej. Dla $d_p = d'_p$ z równania (236) otrzymuje się

$$\frac{m}{m_o} = \exp(-1) = 0,3679 \sim 0,368 \quad (23)$$



Rysunek 9 Przebieg krzywej $y_H = f(d_p)$ dla rozkładu RRSB

Dla tej wartości na rys 8 wykreślono linię kreskową. Punkt przecięcia się tej linii z prostą $(m/m_o) = f(d_p)$ daje szukany parametr charakterystyczny wielkości ziarn d'_p . Wielkość parametru równomierności rozkładu wielkości ziarn n otrzymuje się przez zrównoległe przecięcie prostej (m/m_o) do bleduba P i odczytanie wartości na podziałce umieszczonej na obrzeżu siatki. Pełne wykresy RRSB, stosowane w praktyce przemysłowej, mają jeszcze dodatkową podziałkę na krawędzi siatki do odczytu wielkości właściwej powierzchni danego zbioru.

Przez podstawienie zaś równania (18) do równania (11) otrzymuje się wyrażenie względnej gęstości rozkładu na podstawie RRSB

$$y_H = \frac{n}{d'_p} \left(\frac{d_p}{d'_p} \right)^{n-1} \exp \left[- \left(\frac{d_p}{d'_p} \right)^n \right] \quad (24)$$

Typowy przebieg krzywej $y_H = f(d_p)$ według tego równania pokazano na rys. 9. Dla dużych wartości n przebieg krzywej względnej gęstości rozkładu RRSB zbliża się do przebiegu tej krzywej według rozkładu N.

Rozkład wielkości cząstek Gatesa-Gaudina-Schumanna (tzw. rozkład GGS)

Jest to rozkład oparty na całkowicie empirycznym równaniu GGS dla zależności względnej sumy odsiewu od d_p , tj.:

$$\frac{m_0}{m} = 1 - \left(\frac{d_p}{d'_p} \right)^3 \quad (25)$$

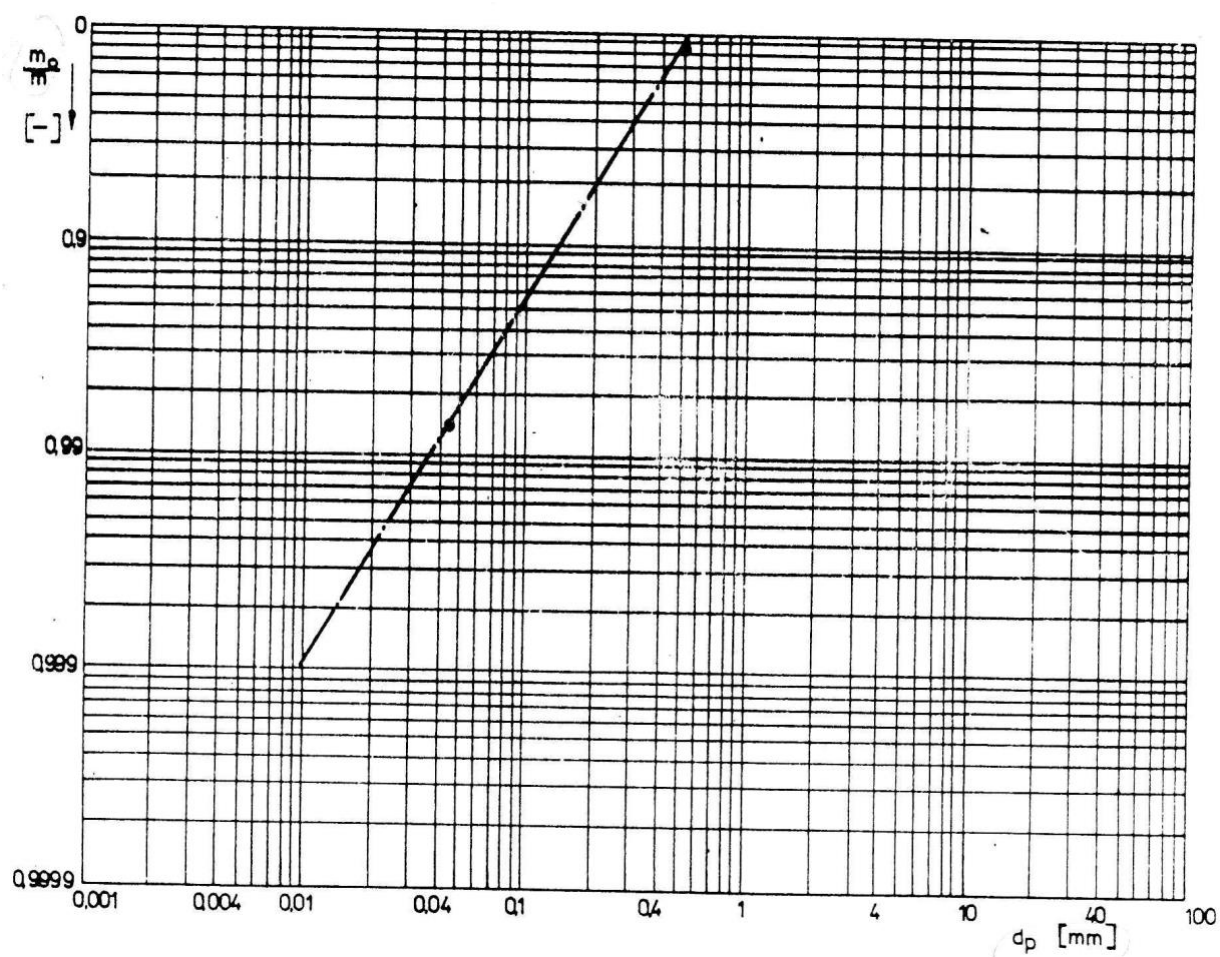
Wiele zbiorów cząstek (ziarn) jako produkty rozdrobniania zgrubnego można dość dobrze opisać tym rozkładem, który w literaturze jest często nazywany rozkładem potęgowym.

Parametrami charakterystycznymi są tutaj maksymalna średnica cząstek w zbiorze $d_{p_{max}}$ i liczba równomierności rozkładu z . Skalę siatki ziarnowej dla tego rozkładu otrzymuje się przez zlogarytmowanie równania (12)

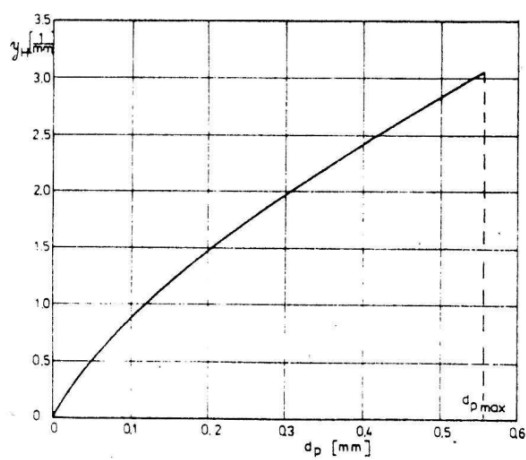
$$\ln \left[1 - \frac{m_0}{m} \right] = z \ln d_p - z \ln d_{p_{max}} \quad (26)$$

W celu otrzymania prostoliniowego przebiegu względnej sumy odsiewu w tej siatce, należy przyjąć na osi odciętych podziałkę proporcjonalną do logarytmu z d_p , a na osi rzędnych proporcjonalną do względnej sumy przesiewu $[1 - (m_0/m)]$. Siatkę taką przedstawiono na rys. 10. Są one opracowane dla praktycznego użytku według DIN 66143. Dodatkowa skala na obrzeżu, podawana na oryginalnych siatkach, służy do odczytu parametru równomierności z .

Parametry charakterystyczne zbioru można obliczyć z równania (26) za pomocą znanych dwóch wartości względnych sum odsiewu $(m_0/m)_1$ i $(m_0/m)_2$ oraz dwóch wielkości ziarn d_{p1} i d_{p2} .



Rysunek 10 Siatka ziarnowa dla rozkładu GGS



Rysunek 11 $y_H = f(d_p)$ dla rozkładu GGS

$$z = \frac{1}{\ln \frac{d_{p1}}{d_{p2}}} \cdot \left[\ln \left[1 - \frac{m_0}{m_1} \right] - \ln \left[1 - \frac{m_0}{m_2} \right] \right] \quad (27)$$

$$d_{p\max} = \frac{d_{p1}}{\left[1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)_1\right]^{\frac{1}{z}}} \quad (28)$$

Posługując się równaniami (11) i (25) otrzymuje się wyrażenia określające względną gęstość wielkości ziarn

$$y_H = \frac{z}{d_{p\max}} \left(\frac{d_p}{d_{p\max}} \right)^{z-1} \quad (29)$$

Przykładowy wykres względnej gęstości rozkładu według GGS przedstawiono na rys. 11. Jak widać z wykresu, najczęstsza wielkość cząstek (ziarn) $d_{p\max}$ w zbiorach przyporządkowanych temu rozkładowi jest większa niż wartość średnia (przeciętna).

Metodyka postępowania

Po omówieniu 4 najważniejszych rozkładów wielkości ziarn, zostanie podany w skrócie tok postępowania podczas określania obydwóch parametrów charakterystycznych rozpatrywanego zbioru na podstawie doświadczalnie wykonanej analizy rozkładu wielkości cząstek (np. analizy sitowej).

Tabela 2 Przykłady zastosować zasadniczych rozkładów wielkości cząstek

Rozkład GGS	Rozdrabnianie zgrubne
RRSB	Rozdrabnianie drobne (mielenie) Rozdrabnianie w celu odzysku cennych składników Niektóre sypkie minerały Rozkład kropeł podczas rozpylania paliw olejowych
N (normalny)	Rozkład ziaren wzrostu organicznego, które dzięki zachowawczemu rozdrabnianiu zostały pozbawione łusek (mielenie zboża) Rozkłady powstałe przez kondensację lub sublimację Produkty z suszarek rozpylających
LN	Rozdrabniania zwłaszcza materiałów organicznych Rozkład granulatów Sypkie minerały Rozkład cząstek podczas rozpylania stopionych metali Produkty suszenia w suszarkach rozpylających

Przykłady zastosowań zasadniczych rozkładów wielkości cząstek

1. Wyznaczyć doświadczenie względne sumy odsiewów (m_o/m).
2. Nanieść wyniki na odpowiednio dobraną, siatkę ziarnową. Dobierając siatkę można posłużyć się w przybliżeniu wskazówkami z tabeli. W razie braku orientacji jakie równania rozkładu najlepiej opisują dany zbiór, należy nanieść wyniki na wszystkie cztery rodzaje siatek ziarnowych. Tam gdzie wyniki ułożą się najbliżej prostej oznacza to, że te prawa rozkładu wielkości ziarn są najbardziej adekwatne.
3. Określić parametry charakterystyczne rozkładu wielkości ziarn (cząstek) albo wprost z siatki ziarnowej, albo na podstawie podanych równań.
4. Wykonać wykres gęstości rozkładu wielkości ziarn (cząstek).

Wykonanie:

1. Czyste i suche sita umieścić kolejno jedno na drugim wg zmniejszających się od góry wielkości oczek. Pod dolne sito podłożyć denko.
2. Odważyć około 150 g materiału i umieścić na górnym sicie. Przykryć i ręcznie wykonać starannie przesiewanie materiału na sucho. Upewnić się, że materiał przesiał się całkowicie.
3. Przenieść ilościowo materiał z poszczególnych sit i zważyć je na wadze technicznej. Można sobie pomóc suchym pędzelkiem. Wg normy, suma odsiewów nie powinna się różnić od naważki o więcej niż 2%. Pomiar wykonać trzy razy i do obliczeń wziąć wartości średnie.
4. Sporządzić tabelę na wzór tabeli 1.
5. Znając numery sit i mając zważone odsiewy wypełnić rubrykę 2 i 3 tabeli. Jeżeli występuje strata, umieścić ją w tabeli pod odsiewami i względnymi odsiewami, tak, żeby suma pozycji równała się naważce.
6. Dokonać przeliczeń i wypełnić rubryki 4,5 i 6. Względny odsiew uzyskuje się przez podzielenie danego odsiewu przez wielkość naważki. Następnie dzieląc względny odsiew przez szerokość danej klasy uzyskuje się względną gęstość rozkładu (wzór 6). Z kolei sumując kolejne wartości z rubryki 4 otrzymuje się względną sumę odsiewu m_o/m .
7. Na podstawie danych z rubryk 2 i 5 sporządzić histogram jak na rys. 2. Poprzez środki boków wierzchołkowych przeprowadzić linię ciągłą. Jest to funkcja $y_H = f(d_p)$. Następnie z tego wykresu odczytać wartości y_H dla poszczególnych wartości d_p i wypełnić rubrykę 8 tabeli.
8. Sporządzić wykres $m_o/m = f(d_p)$ na wzór rysunku 3.

9. Mając pary wartości d_p oraz m_o/m spróbować je nanieść na dołączone siatki ziarnowe. Sprawdzić, na której siatce punkty układają się najbliżej prostej. Oznacza to, że dany model rozkładu ziaren jest najbardziej adekwatny do opisu ważonego materiału.